

闭环可辨识性及辨识精度述评*

陆吾生 胡仰曾

(华东师范大学)

一 引言

由于随机系统闭环辨识的重要性及其困难,近年来,很多学者对此作了研究,并得到了不少有意义的结果。到目前为止,主要的方法有两个,一个是 L. Ljung 等提出的切换调节器的随机系统闭环辨识方法,另一个是 G. C. Goodwin 等提出的谱分解的辨识方法。本文对 L. Ljung 等的方法作一评述,并介绍这方面新近获得的一些成果。

二 问题的提法和一些基本概念

我们把一个系统的输入的产生方式叫作试验条件,记为 x , 所讨论的闭环随机系统 $\bar{s}[s, x_1]$ 是由随机系统 s 和试验条件 x_1 组成(图 1), s 的动态方程为

$$y(t) = G(q^{-1})u(t) + H(q^{-1})e(t), \quad (2.1)$$

x_1 用下式表示。

$$u(t) = F_1(q^{-1})y(t) + L_1(q^{-1})v(t) \quad (2.2)$$

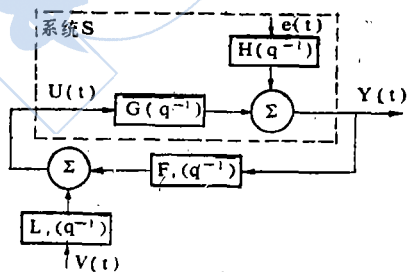


图 1

其中 q^{-1} 是后移算子, 对任时间函数 $f(t)$,

$q^{-1}f(t) = f(t-1)$, $y(t)$ 为 n_y 维输出向量, $u(t)$ 为 n_u 维输入向量, 观测噪声 $\{e(t)\}$ 为 n_e 维零均值独立随机变量序列, 协方差阵为 Λ_e . $\{v(t)\}$ 或为外输入信号序列, 或为系统设定点的变化, 或为调节器的噪声过程, $G(q^{-1})$ 、 $H(q^{-1})$ 、 $F(q^{-1})$ 和 $L(q^{-1})$ 为具有相应维数的有理函数阵, $H(0) = I$. $\det[(q^{-1})]$ 的所有零点在单位圆外。

为了辨识 S , 需要人为地构造一个系统模型族 M , M 中的每一个元素称作系统模型, 它和模型参数 θ 有关, 记作 $m(\theta)$, 其动态方程为 $y(t) = G_{m(\theta)}(q^{-1})u(t) + H_{m(\theta)}(q^{-1})e(t)$ (2.3) 其中 $\{e(t)\}$ 是 n_e 维独立随机变量序列, 协方差阵为 Λ_e , 我们经常使用的系统模型 $m(\theta)$ 是用下列向量差分方程表示的。

$$A_{m(\theta)}(q^{-1})y(t) = B_{m(\theta)}(q^{-1})u(t) + C_{m(\theta)}(q^{-1})e(t) \quad (2.4)$$

其中 $A_{m(\theta)}(q^{-1})$ 、 $B_{m(\theta)}(q^{-1})$ 和 $C_{m(\theta)}(q^{-1})$ 是 q^{-1} 的矩阵多项式, 其次数分别为 n_a 、 n_b 和 n_c , 参数 θ 是 $A_{m(\theta)}$ 、 $B_{m(\theta)}$ 和 $C_{m(\theta)}$ 中的未知元素, 显然, $G_{m(\theta)} = A_{m(\theta)}^{-1} B_{m(\theta)}$ 、

$$H_{m(\theta)} = A_{m(\theta)}^{-1} C_{m(\theta)}。 定义集合$$

$$D_T(S, M) = \{\theta | G_{m(\theta)}(z) = G(z), H_{m(\theta)}(z) = H(z) \cdot a \cdot e \cdot z\} \quad (2.5)$$

当 $\theta \in D_T(S, M)$ 时, 系统 S 和系统模型 $m(\theta)$ 具有相同的开环传递特性和噪声特性。

我们用 I 表示辨识参数 θ 的方法, 在闭环辨识中, 常用的辨识方法是预报误差直接辨识, 该方法把闭环情形下的输入输出数据当作

开环时获得的数据,然后用通常的预报误差辨识方法(PEIM)来进行参数估计,其思路是在模型族 M 中选择这样的系统模型 $m(\theta)$ 作为真实系统的估计,它使根据该模型所作的输出一步预报误差的样本协方差阵的某个标量函数值取极小,用 $y(t|t-1, m(\theta))$ 记根据模型 $m(\theta)$ 所作的输出一步预报,则

$$y(t|t-1, m(\theta)) = [I - H_m^{-1}(\theta)(q^{-1})]y(t) + H_m^{-1}(\theta)(q^{-1})G_m(\theta)u(t) \quad (2.6)$$

预报误差为 $y(t) - y(t|t-1, m(\theta))$, 预报误差样本协方差阵为

$$Q_N(s, M(\theta)) = (1/N) \sum_{t=1}^N [y(t) - y(t|t-1, m(\theta))] [y(t) - y(t|t-1, m(\theta))]^T \quad (2.7)$$

其中 N 为采样点数,常用的标量函数有两个: $g(Q_N) = \det Q_N$ 和 $g(Q_N) = \text{tr} Q_N$, 当(2.4)式中的 $C_m(\theta)(q^{-1}) \equiv I$ 时,预报误差方法和通常的最小二乘方法一致。当 $C_m(\theta)(q^{-1}) = I$ 时,但 $\{e(t)\}$ 是正态随机过程时,预报误差方法和极大似然法一致。

把在试验条件 X 之下,对模型族 M ,用某种辨识方法 I ,在时刻 t 得到的参数 θ 的估计记为 $\hat{\theta}(t; S, M, I, X)$,若 $\hat{\theta}(t; S, M, I, X) \rightarrow D_T(S, M)W \cdot P \cdot 1$,则称系统 S 在 M, I 和 X 之下是系统可辨识的,记为 $SI(M, I, X)$;若对于所有使 $D_T(S, M)$ 非空的 M ,在 X 和 I 之下总有 $SI(M, I, X)$,则称 S 在 I 和 X 之下是系统强可辨识的,记为 $SSI(I, X)$;若 D_T 只有一个元素,且系统 S 为 $SI(M, I, X)$,则称系统在 M, I 和 X 之下是参数可辨识的,记为 $PI(M, I, X)$ 。

因为系统闭环后总具有稳定性,而一组“稳定的”或“不灵敏的”数据比在开环情况下用人为选择的最优输入信号去激励系统所得到的数据其所含的有关系统结构或参数的有用信息要少。(注:这是一种直观的看法,从辨识精度的观点来看^[2],它是片面的。)因此,为了在闭环条件下辨识系统,引入实际上可以接受的某种“扰动”以期从受扰动的系统的输出数据中提取更多的信息是很自然的。

L. Ljung等^[3]就是选择反馈回路作为这种扰动的“入口”,提出了切换调节器作为

“扰动”的随机系统的闭环辨识方法,该方法就是适当选择 $r-1$ 个调节器 $(F_i(q^{-1}), L_i(q^{-1}))$ ($i=2, 3, \dots, r$),在总的辨识期间 $[t_1, t_{r+1})$ 的时间区间 $[t_i, t_{i+1})$ ($t_1 < t_2 < \dots < t_{r+1}$)中依次使用试验条件 X_i :

$$u(t) = F_i(q^{-1})y(t) + L_i(q^{-1})v(t), \quad (i=1, 2, \dots, r) \quad (2.8)$$

使得闭环系统 $\bar{S}_i(S, X_i)$ 是渐近稳定的,而且取 $t_{i+1} - t_i$ 充分长,大于系统的调整时间,应用某种辨识方法 I ,根据量测得的输入输出数据来估计(2.3)或(2.4)式中矩阵的未知元素,用 X 记总的辨识过程中的试验条件,它由下式表示:

$$u(t) = \sum_{i=1}^r I_{[t_i, t_{i+1})}(t) [F_i(q^{-1})y(t) + L_i(q^{-1})v(t)] \quad (2.9)$$

其中 $I_{[t_i, t_{i+1})}(t)$ 是集合 (t_i, t_{i+1}) 上的特征函数。

三 有关 $SSI(I, X)$ 的结果

1976年, T. Söderström等^[6]在随机系统闭环辨识方面得到了一个十分重要的结果,它可用如下定理表述:

定理3—1: 设系统 S 为(2.1), 试验条件 X 为(2.9), 并假设

- (1) $G(0)F_i(0) = 0, 1 \leq i \leq r$,
- (2) 闭环系统 $\bar{S}_i(S, X_i)$ 是渐近稳定的,
- (3) $D_T(S, M)$ 非空,
- (4) $v(t) = K_i(q^{-1})e(t) + \tilde{v}(t)$, 其中 $K_i(q^{-1})$ 是因果性的渐近稳定滤波器, $\{\tilde{v}(t)\}$ 是与噪声 $\{e(t)\}$ 独立的, 且是任意有限阶持续激励的,

$$(5) G(0)L_i(0)K_i(0) = 0,$$

$$G_m(\theta)(0)L_i(0)K_i(0) = 0, 1 \leq i \leq r.$$

则 S 为 $SSI(I, X)$ 的充分必要条件是

$$\text{rank} R_r = n_y + n_u \quad a.e.z \quad (3.1)$$

其中

$$R_r = \begin{bmatrix} I & \dots & I & 0 & \dots & 0 \\ F_1 & \dots & F_r & L_1 & \dots & L_r \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

上述五个假设中,假设(1)意味着在系统闭环后的回路里至少存在着一个延迟,它或者在开环传递函数 G 中,或者在反馈环节 F_i 中;假设(2)保证了系统的平稳运行;假设(3)说明所选择的模型族 M 包含了真实系统 S ;假设(4)表示允许 $u(t)$ 和噪声 $e(t)$ 有一定程度的相关,但要注意如果 $\tilde{v}(t) \equiv 0$,则定理的结论就不能成立;假设(5)表示在以 $e(t)$ 为输入,以“确定性的” $G_s u(t)$ 为输出的回路里至少存在一个延迟。

定理3—1包括了很多特殊情形下的系统可辨识性的结果,成为到目前为止线性时不变系统可辨识性方面的最一般的结果。例如,它包括了开环运行时的可辨识性($r=1, n_v=n_u, F_1 \equiv 0, L_1=I$)。

定理3—1也包括了他们自己在1974年^[3]获得的结果,即不带噪声的线性反馈下系统的可辨识性($n_v=0$ 或等价地 $L_1 \equiv 0$)此时,(3.2)式变为

$$R_r = \begin{bmatrix} I & \cdots & I \\ F_1 & \cdots & F_r \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

从(3.1)和(3.3)式可知,当 $n_v=0$ 时, S 为 $SSI(I, X)$ 的必要条件是切换次数 r 满足

$$r \geq 1 + n_u/n_y \quad (3.4)$$

条件(3.4)同时也是 S 为 $SSI(I, X)$ 的充分条件,因为对满足该式的 r ,总可以适当配置 F_i ($1 \leq i \leq r$)使(3.1)式成立。〔9〕给出了这种情形的 F_i 的一种构造,它由在原调节器 F_1 两端并联一个适当的放大环节构成,放大系数适当小,可保证满足定理3—1的假设,并使 S 为 $SSI(I, X)$,且技术上实现起来亦很方便。

当调节器中存在噪声时($n_v \neq 0$),由(3.1)和(3.2)式, S 为 $SSI(I, X)$ 的必要条件是

$$r \geq \frac{n_y + n_u}{n_y + n_v} \quad (3.5)$$

我们特别指出,此时(3.5)式并不成为 S 是 $SSI(I, X)$ 的充分条件,其原因是当 $L_i(q^{-1})v(t)$ 表示由调节器产生的噪声时, $L_i(q^{-1})$ 是由 $F_i(q^{-1})$ 决定的,即使(3.5)式成立,仅靠配置 r 个 F_i 不能保证(3.1)式成立。

当 $L_i(q^{-1})$ ($1 \leq i \leq r$)为已知时,〔9〕证明了在定理3—1的条件下, S 为 $SSI(I, X)$ 的一个充要条件是切换次数 $r \geq r_1$,其中 r_1 是不小于 $1 + (n_u - d_r)/n_y$ 的最小整数, $d_r = \text{rank}[L_1 \cdots L_r]$ 。〔9〕在证明这个定理的同时,给出了 F_i 的构造,它也具有上面已提到的特点。

四 有关 $SI(M, I, X)$ 的主要结果

当 $n_y + n_u > n_y + n_v$ 时,由必要条件(3.5)式, $r \geq 2$,即至少切换调节器两次,才有可能 S 为 $SSI(I, X)$,在这种情况下,不切换调节器就一定不能使系统成立 SSI 。然而,在实际辨识中,我们关心的常常是在某个选定的模型族 M ($D_T(S, M) \neq \emptyset$),辨识方法 I 和试验条件 X 之下,系统是否为 $SI(M, I, X)$,这个问题比较复杂^[3],它涉及到调节器、模型族和真实系统之间的关系。1975年, T. Söderström等^[4]对 $v(t) = 0$ 时的单输入单输出(SISO)情形进行了讨论,给出了该类系统为 $SI(M, I, X)$ 的判别准则,该准则要求关于系统本身的验前知识很多,实际使用时可能不太方便。

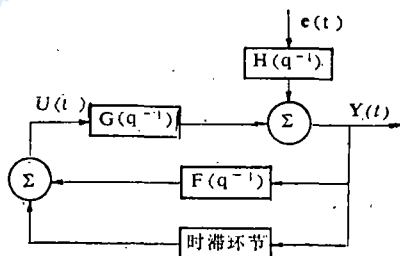


图 2

当 $v(t) = 0$ 时,〔9〕证明了在调节器 F 两端并联一个适当阶数的时滞环节(图2),就能使 S 为 $SI(M, I, X)$ 。这种方法的实质是借助于 $y(t)$ 获得一个与噪声 $e(t)$ 相关性很弱的信号 $v(t)$,使它对于一个阶数已知的系统来说相当于是—路外部输入的试验噪声信号,从而保证了系统的闭环可辨识性。

当 $v(t) \neq 0$ 时,和上面情形类似,〔9〕也给出了保证 S 为 $SI(M, I, X)$ 的充分条件。而且它

表明,对于确实受到调节器噪声或外部噪声作用的通道,不必再进行时滞反馈。此外,由于反馈噪声的存在,为获得SI的最大时滞值比反馈不带噪声时有所减小,在对系统使用实时递推算法时,这可以减少计算机的存储量。

五 其它的闭环辨识方法

有很多系统,在进行闭环辨识时,是不容许或无法切换调节器的。〔16〕在〔5〕的基础上,提出了一种不切换调节器的,仅切换输入环节的闭环辨识方法(图3)。系统S的动态方程是(2.1)式,试验条件 X_0 为

$$u(t) = F(q^{-1})y(t) + L(q^{-1})v(t) + J_0(q^{-1})S(t)$$

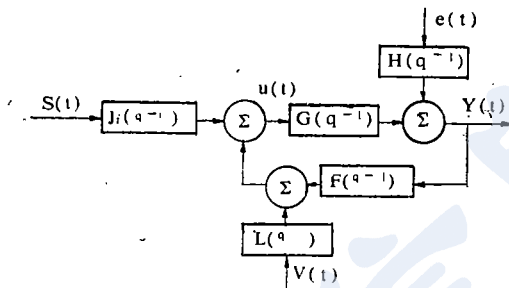


图 3

其中调节器噪声 $\{v(t)\}$ 为 n_v 维零均值独立随机变量序列, $S(t)$ 为 n_s 维向量,它或为外输入信号序列,或为系统设定点的变化, $J_0(q^{-1})$ 为输入环节闭环辨识时使用的试验条件 X 为

$$u(t) = F(q^{-1})y(t) + L(q^{-1})v(t) + \sum_{i=0}^r I_i(t_i, t_{i+1})(t) J_i(q^{-1})S(t)$$

其中 $J_i(q^{-1}) (i=1, 2, \dots, r)$ 为第 i 次切换时的输入环节,〔16〕证明了,在类似于定理3-1的假设下, S 为SSI(I, X)的充要条件是

$$\text{rank} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ F & L & J_0 & J_1 & \dots & J_r \end{bmatrix} = n_y + n_u$$

或

$$\text{rank}[LJ_0J_1\dots J_r] = n_u$$

〔16〕同时给出了当 L 和 J_0 两个都已知,只有一个已知和两个都未知等各种情形时的 J_i 的构

造,不但构造简单,实施时技术上方便,而且可把辨识期间输出方差的变化限制在任意预先指定的一个范围内。

此外, T.S.Ng及K.S.Sin等提出的谱分解的闭环辨识方法也是很有意义的。但限于篇幅,此处不作介绍了。

六 闭环辨识的精度问题

当系统 S 成立SI、SSI或PI时,一个重要的问题是了解它在多大程度上是可辨识的,即考虑估计的精度。为明确起见,我们考虑使系统 S 成为PI(M, I, X)的“辨识变量” M, I 及 X ,设 θ_0 是 $D_T(S, M)$ 的唯一元素,我们要问“辨识变量” M, I 及 X 如何影响参数估计值 θ 的精度?为此,必须选取一个适当的精度的度量。

Fisher 信息阵 J 是精度的一个度量。对于统计上具有有效性的统计方法,如极大似然法, θ 的协方差阵 P 渐近地满足 $P = J^{-1}$ 。对于一个任意的辨识方法,Cramer-Rao 不等式成立: $P \geq J^{-1}$,我们只考虑成立有效性的方法,因此用 P 或用 J 作为精度度量是等价的。

另一种精度度量是标量形式的,例如 $\det J = (\det p)^{-1}$ 。 $\det J$ 的值越大,所考虑的辨识结果就越好。

第三种度量在〔13〕中采用过,他的观点是用一个标量的二次可微函数 $v(\hat{\theta})$,使 $v(\hat{\theta}_0) = \inf_{\hat{\theta}} v(\hat{\theta})$,其中 θ_0 是参数真值(图4)。例如,设模型用来构造一个最小方差控制器,则

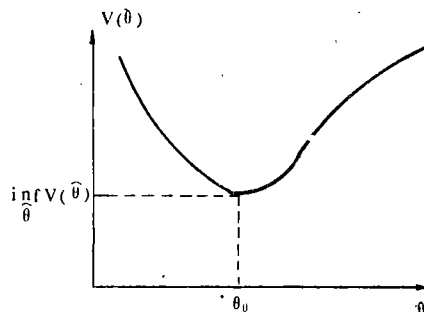


图 4

可取 $v(\hat{\theta}) = Ey^2(t)$ 在真值 θ_0 附近, 有 $v(\hat{\theta}) \approx \tilde{v}(\hat{\theta}) \triangleq v(\theta_0) + 1/2(\hat{\theta} - \theta_0)^T v''(\theta_0)(\hat{\theta} - \theta_0)$ 。故可取标量

$$E\tilde{v}(\hat{\theta}) = v(\theta_0) + 1/2t_r v''(\theta_0)J^{-1}$$

作为精度的一个适当的度量。注意, 用它来比较不同的模型族 M 时, 要考虑到两个加以比较的模型 M_1 和 M_2 可能是用维数不同的向量 θ_1 和 θ_2 加以参数化的。如果 $M_1 \subset M_2$, 我们记对应于 $M_1(\hat{\theta}_1)$ 的函数为 $v_{M_1}(\hat{\theta}_1)$, 对应于 $M_2(\hat{\theta}_2)$ 的函数记为 $v_{M_2}(\hat{\theta}_2)$ 。由于 M_1, M_2 都是集合, 故 $M_1 \subset M_2$ 可理解为 $\hat{\theta}_1$ 是由固定 $\hat{\theta}_2$ 中某些参数而得到的, 显然, $\hat{\theta}_2$ 也可以描述 M_1 , 如果用 $\hat{\theta}_1$ 来参数化 $\hat{\theta}_2$, 即 $\hat{\theta}_2 = \hat{\theta}_2(\hat{\theta}_1)$, 那末为了在 $v_{M_1}(\hat{\theta}_1)$ 和 $v_{M_2}(\hat{\theta}_2)$ 之间进行比较, 要求 $v_{M_1}(\hat{\theta}_1) = v_{M_2}(\hat{\theta}_2(\hat{\theta}_1))$, 对一切有关的 $\hat{\theta}_1$ 成立。

1 模型族对精度的影响

对于某种辨识方法 I 和试验条件 X , 常常有很多模型族 M , 都使 S 为 $PI(M, I, X)$, 这时得考虑不同的 M 对精度的影响。文献 [6] 建立了如下结果:

定理 6-1: 对于使系统 S 为 PI 的二个模型 M_1 及 M_2 , 如果 $M_1 \subset M_2$, 且存在上述的二次可微函数 $v(\hat{\theta}_1)$, 则

$$E\tilde{v}(\hat{\theta}(N; M_1)) \leq E\tilde{v}(\hat{\theta}(N; M_2))$$

其中 $\hat{\theta}(N; M_i)$ 是用 N 个数据和模型族 M_i 所得到的参数估值。

这一结论说明, 为了得到最好的精度, 模型中包含的参数应当尽可能少。

2 辨识方法对精度的影响

对于闭环系统有两种不同的辨识方法可加以采用。一种是本文一开始就说明过的直接辨识方法 I , 另一种是间接辨识方法 (记为 I^*), 它把闭环系统先看作为一个基本系统, 用一个有效的方法 (例如时间序列方法) 定出闭环传递函数, 然后利用调节器的知识解出开环传递函数。

由于在较弱的条件下对 I 成立着统计有效性, 因此从精度的观点看, I^* 不会比 I 更好。对于可应用 I^* 的 SISO 系统, 开环参数一般可以

用解一个超定性方程组的办法来决定, 如果这个超定方程组用 Markov 估计解出, 则可证明 [14] 用 I 或 I^* 得到的协方差阵是相同的。

此外, 文献 [3] 说明了用 I 或 I^* 从可辨识性的角度来看是等价的。因此, 从可辨识性和辨识精度两个方面来考虑, 较为复杂的间接辨识方法都不比直接辨识来得好。

3 反馈对精度的影响

通常, 引进反馈的目的是减少输出方差。另一方面, 施加反馈后自然地会减少量测数据中的有用信息, 从而使精度变坏, 但如果以此为理由说闭环试验劣于开环试验, 显然是不公平的。事实上, 输出方差是一个应该加以限制的变量, 不同的试验条件应对同一个输出方差来加以比较。我们要问, 开环试验总是比给出相同输出方差的闭环试验优越吗? 要在一般情况下, 对此加以分析是相当复杂的, 现在只讨论一阶系统

$$y(t) + ay(t-1) = bu(t-1) + e(t) \quad (6.1)$$

假定模型为

$$y(t) + \hat{a}y(t-1) = \hat{b}u(t-1) + e(t) \quad (6.2)$$

考虑下列试验条件类:

A: $u(t)$ 和 $e(t)$ 独立 (开环情况), u 的协方差函数可任意给定;

B: $u(t) = F(q^{-1})y(t) + u_1(t)$, 其中 $F(q^{-1})$ 的阶数和系数以及 u_1 的协方差可任意给定;

C: $u(t) = F_i(q^{-1})y(t)$, ($i=1, 2, \dots, r$) 其中数 r 及反馈律的系数可任意给定;

D: $u(t) = F(q^{-1})y(t)$, 反馈律的阶数和系数可任意给定。

把依据 A 类试验条件所产生的输入应用于系统而得到的信息矩阵全体所组成的集合记为 $J(A)$, 类似地定义 $J(B)$, $J(C)$ 和 $J(D)$ 。可以证明 $J(A) \subset J(B) = J(C) = J(D)$ 。这表明, 不管精度如何进行度量, 类 B、C 和 D 从精度的观点来看是等价的, 而且常常可以用闭环试验得到至少和开环试验同样的精度。

我们再用几个例子来说明应该怎样设计一个最优输入信号, 从而知道从精度的观点来

看, 闭环可能也是有好处的。

例 6.1 考虑系统 (6.1), 且假定 $Ee^2(t) = 1$, 最优准则取为 $\det J$, 这里 J 是信息矩阵, 假定极大化在约束

$$Ey^2(t) \leq 1 + \delta \quad (6.3)$$

之下进行。在文献[15]中, 这个问题在 A 类中解决, 其解为

$$(1 - a \frac{1+\delta}{\delta} q^{-1})u(t) = v(t) \quad (6.4)$$

其中 $v(t)$ 是方差为

$$\sigma^2 = \frac{[\delta + a^2(1+\delta)][\delta^2 - a^2(1+\delta)^2]}{b^2\delta^2}$$

的白噪声, 所给出的最优值为

$$\det J = N^2 \frac{\delta(1+\delta)}{b^2} \quad \text{但要注意, (6.4) 式}$$

仅当 $\delta > \frac{|a|}{1-|a|}$ 时才是可实现的,

可以证明, 如果 $\frac{a^2}{1-a^2} \leq \delta \leq \frac{|a|}{1-|a|}$,

则在 A 类中存在满足约束 (6.3) 的信号, 但输入 (6.4) 不可实现, $\det J$ 也不能达到上述最优

值; 如果 $\delta < \frac{a^2}{(1-a^2)}$, 则没有 A 类中的

信号是满足约束 (6.3) 的。

在 B 类信号中, 信号 $u(t) = (a/b)y(t) + v(t)$ 其中 $v(t)$ 是方差为 δ/b^2 的白噪声, 将使 $\det J$ 达到上述最优值。依照前面提到的结果, 可以知道对于 C 类和 D 类, 也将达到上述最优值。

例 6.2 考虑系统

$$y(t) + ay(t-1) = bu(t-1) + e(t) + ce(t-1)$$

其中 $Ee^2(t) = 1$, 假定模型为 $y(t) + \hat{a}y(t-1) = \hat{b}u(t-1) + \varepsilon(t) + \hat{c}\varepsilon(t-1)$,

其中参数 a, b, c 用 MLE 对数据进行拟合。设 $\det J$ 在约束 $Ey^2(t) \leq 1 + \delta$ 之下进行极大化。文献[14]证明, 在 B 类中, 若限制在使用一个比例调节器和一个外部输入信号, 则最优试验条件由下式给出:

$$u(t) = \frac{a-c}{b}y(t) + v(t)$$

其中 $v(t)$ 是方差为 $\delta(1-c^2)$ 的白噪声。

在 C 类中, 若限制在两个比例调节器中进

行切换, 则最优试验条件将是

$$u(t) = \frac{a}{b} \left(1 - \frac{c}{1+\delta} \pm \frac{\sqrt{\delta(1-c)^2 + \delta}}{1+\delta} \right) y(t)$$

此式中“+”号和“-”号在试验中各占50%, 上面两个输入信号都给出最优值

$$\det J = N^3 \left[\frac{\delta^2}{b^2(1-c^2)^3} \right]$$

文献[14]还证明, 没有开环输入信号可以达到这个最优值, 除非 $a=c$ 。

这些例子表明, 为了得到最优的精度, 最优输入应该在 B, C 或 D 类中而不是 A 类中寻找。

参考文献

- (1) Åström, K.J. and Eykhoff, P., System identification—a survey, *Automatica*, 7, 123—162(1971).
- (2) Gustavsson, I., Ljung, L. and Söderström, T., Identification of process in closed loop—identifiability and accuracy aspects, *Automatica*, 13, 59—75(1977).
- (3) Ljung, L., Gustavsson, I. and Söderström, T., Identification of linear, multivariable systems operating under linear feedback control, *IEEE AC-19*, 836—840(1974).
- (4) Söderström, T., Gustavsson, I. and Ljung, L., Identifiability conditions for linear systems operating in closed loop, *Int. J. control*, 21, 243—255(1975).
- (5) Söderström, T., Ljung, L. and Gustavsson, I., Identifiability conditions for linear multivariable systems operating under feedback, *IEEE AC-21*, 837—840(1976).
- (6) Söderström, T., Ljung, L. and Gustavsson, I., On the accuracy problem in identification, *Proc. 6th IFAC Congress, Boston, Ma*(1975).
- (7) Ng, T.S., Goodwin, G.C. and Anderson, B.D.O., Identifiability of MIMO linear dynamic systems operating in closed loop, *Automatica*, 13, 477—485(1977).
- (8) Sin, K.S. and Goodwin, G.C., Checkable conditions for identifiability of MIMO linear dynamic systems operating in closed loop, *Dept. of E.E. Univ. of Newcastle, Australia*(1978).
- (9) 陆吾生, 闭环辨识中的反馈结构和切换问题, 全国控制理论及其学术会议论文, 1980年10月。
- (10) Ljung, L., On consistency for prediction error identification methods, Report 7405, Dept of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden(1974).
- (11) Anderson, B.D.O. and Gevers, M.R., Identifi-

(下转32页)

(2) 忽视了层次问题。由于同一类细胞中各样品特征往往随层次不同而出现差异,如外底层正常细胞可能与表层癌细胞的参数相近,而某些层的重增细胞则可能与癌细胞难以

区别。因此,在取得更多样品后采用分层判决可能是解决误识问题的一条途径。

(3) 方法本身有待进一步完善,例如增加关于类别可分离性的判据等。

其它集群方法按正常(1类),重增(2类),癌变(3类)共计三类来区分的识别效果 表6

数 据	方 法	1, 3类混	1, 2类混	2, 3类混	未归类点		正 确 识 别	
		个数	个数	个数	个数	百分比	个数	百分比
60°组172点	系统聚类离差平方和法	3	26	38	5	2.9%	100	58.1%
	系统聚类最长距离法	4	21	28	22	12.8%	97	56.4%
	系统聚类类平均法	0	29	41	7	4.1%	95	55.2%
60°组172点	非参数分级集群	3	27	28	5	2.9%	109	63.4%

参 考 文 献

- [1] 福永圭之介, (陶笃纯译), 统计图形识别导论, 科学出版社, 1978, pp.200~201, 316~385.
- [2] Sychra, J.J., Bartels, P.H., Bibbo, M. and Wied, G.L., Dimensionality Reducing Displays in Cell Image Analysis, ACTA CYTOLOGICA, 21, 1978, № 6,
- [3] 癌细胞自动识别研究协作组, 细胞图象的计算机分析, 生物化学与生物物理进展, 1980, 3, pp. 1~19.
- [4] Sammon, J.W., Jr., A Nonlinear Mapping for Data Structure Analysis, IEEE Transactions

- on Computers, C-18, 1969 №5, pp.401~409.
- [5] Duda, R.O., Hart, P.E., Pattern Classification and Scene Analysis, John Wiley and sons, New York, 1973.
- [6] Coffman, G.A., et al., Clustering and Visualization of Patterns in a Psychiatric Data Base, Proceedings of 5th International Conference on Pattern Recognition, 1980pp.436~441
- [7] Osamu KAKUSHO et al., A New Nonlinear Mapping Algorithm and its Application to Dimension and Cluster Analysis, Proceedings of 5th ICPR, 1980, pp.430~432.

(本文是在陈祖荫、陈传涓二位老师指导下完成的)

(上接38页)

iability of closed loop systems using the joint input-output identification and system parameter estimation, Vol.1, 1979, Darmstadt.

- [12] Wellstead, P.E. and Edmunds, J.M., Least-squares identification of closed loop systems, Int. J. control, 21, 688-699 (1975).

- [13] Söderström, T., Programs for evaluation of identified methods of simulated data, Report 7315c, Dept of Auto. Cont. Lund Institute of Technology (1973).

- [14] Söderström, T., Ljung, L. and Gustavson, I., On the accuracy of identification and the design of identification experiments, Report 7428, Dept of Auto. Contr. LIT (1974).

- [15] Box, G.E.P. and Jenkins, G.M., Time series analysis, Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco (1970).

- [16] 胡仰曾, 线性多变量随机系统的闭环辨识, 华东师范大学学报(自然科学版), 1981年, 第3期.